

INSTITUT DE FORMATION ET DE RECHERCHE DÉMOGRAPHIQUES

ÉPREUVE DE PROBABILITÉS - STATISTIQUES

(Concours type B (Mars 2006))

Exercice 1

Un marchand d'appareils micro-informatiques vend 4 ordinateurs le même jour on sait que la probabilité pour que ce type d'appareils fonctionne encore après 5 ans est $p = 0,6$.

Calculer la probabilité pour que

- a) 3 ordinateurs fonctionnent encore après 5 ans ;
- b) 3 ordinateurs au moins ne fonctionnent encore après 5 ans ;
- c) 1 ordinateur au plus ne fonctionne plus après 5 ans ;
- d) les 4 ordinateurs ne fonctionnent plus après 5 ans.

Exercice 2

On veut estimer la moyenne m d'une variable X suivant une loi normale de variance $\sigma^2 = 1024$ à l'aide d'un échantillon de taille 256. La moyenne pour l'échantillon est $\bar{x} = 150$.

- a) Estimer la moyenne m avec un degré de confiance $\alpha = 0,80$.
- b) Calculer le degré de confiance que l'on peut avoir pour l'estimation suivante : $147 \leq m \leq 153$.

Exercice 3

Pour déterminer la vitesse moyenne des balles à la sortie d'un revolver, on tire 37 coups. La vitesse moyenne mesurée est de 400m/s.

- a) Estimer la vitesse moyenne avec un coefficient de confiance de 85%.
- b) Avec le même coefficient de confiance, calculer la taille de l'échantillon permettant d'estimer la vitesse moyenne par une fourchette de 2m/s.

Exercice 4

Une firme pharmaceutique souhaite lancer sur le marché d'un pays africain un préservatif féminin. Une étude économique a montré que le lancement de ce préservatif ne pouvait être rentable que s'il y avait au moins 20% d'acheteurs potentiels.

Un sondage sur 1600 femmes sexuellement actives a montré que 192 sont favorables au préservatif féminin. Avec un risque d'erreur de 2,5%, quelle décision conseillez-vous à la firme pharmaceutique ? Justifier votre réponse.

Exercice 5

Une variable aléatoire continue X de densité de probabilité $A(2-X)$ est définie sur l'intervalle 0 à $+2$.

- Calculer le facteur A de façon à ce que $A(2-X)$ soit véritablement une densité de probabilité.
- Représenter graphiquement la loi de probabilité correspondante.
- Donner la fonction de répartition de la loi de probabilité en question et représenter graphiquement la variable de cette fonction.
- En utilisant les résultats, numérique et graphique, de la question c) déterminer la somme des probabilités correspondant aux valeurs de x comprises entre $x = 0,4$ et $x = 1,2$
- Calculer l'espérance mathématique et la variance de la loi étudiée
- Vérifier, pour la loi de probabilité étudiée, l'inégalité de Bienaymé pour $t = 2$

Exercice 6

Dans un pays africain donné, les dernières élections législatives ont donné les résultats suivants :

- Partie A : 40% des électeurs
- Partie B : 20% des électeurs
- Partie C : 30%
- Abstentions : 10% des électeurs

Six mois plus tard on a réalisé un sondage auprès d'un échantillon aléatoire de 500 électeurs représentatif de la population de ce pays pour connaître leur préférence si on procède à de nouvelles élections. Les résultats de ce sondage ont été les suivants :

- Partie A : 225 électeurs
- Partie B : 85 électeurs
- Partie C : 150 électeurs
- Abstentions : 53 électeurs

Peut-on conclure que la composition politique du corps électoral est restée inchangée depuis les dernières élections ? Justifier votre réponse.

Exercice 7

La probabilité pour qu'un individu séjournant dans une ville africaine contracte le paludisme dans une journée en zone tropicale est de 0,001.

Quelle est la probabilité pour qu'un individu contracte le paludisme en 300 jours ?

Exercice 8

Une enquête réalisée auprès des agents communautaires des services santé de la reproduction dans une province du pays IFORDIA a permis d'obtenir la structure par âge et par sexe des enquêtés reprise dans le tableau 1

Groupe d'âges	Masculin	Féminin	Ensemble
<20 ans	10	12	22
20-29 ans	30	23	53
30-39 ans	25	18	43
40-44 ans	13	10	23
45-49 ans	11	6	17
50 ans et +	11	6	17
Total	100	77	177

Tableau 1 : Structure par groupe d'âge et par sexe des relais communautaires enquêtés.

On rappelle que l'âge minimum des enquêtés était de 10 ans et qu'aucun relais communautaire n'avait un âge supérieur à 70 ans au moment de l'enquête.

1. Calculer les effectifs relatifs et tracer dans un même graphique l'histogramme de chaque distribution par groupe d'âges et par sexe des relais communautaires.
2. Calculer les âges moyen et médian pour chaque sexe et pour l'ensemble.